

文章编号: 1000-8055 (2004) 02-0179-05

碰摩转子—轴承系统非线性 动力学行为研究

李振平¹, 张金换¹, 金志浩², 闻邦椿²

(1 清华大学 汽车安全与节能国家重点实验室, 北京 100084;

2 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 为了充分揭示碰摩转子系统复杂的非线性动力学行为, 将多初始点分岔分析方法应用于碰摩转子—轴承系统的研究当中。通过对给定参数下转子系统响应的数值模拟, 发现了比单初始点算法更加丰富的非线性现象, 在一定的参数范围内该碰摩转子系统有多吸引子共存, 并对解的演化过程进行了研究, 结果很好地解释了碰摩转子系统中一些复杂的非线性现象。

关键词: 航空、航天推进系统; 转子—轴承系统; 多初始点分岔分析方法; 混沌; 拟周期

中图分类号: O 323

文献标识码: A

Study of the Nonlinear Behavior of a Rotor-Bearing System with Rub-Impact

L I Zhen-ping¹, ZHANG Jin-huan¹, JIN Zhi-hao², WEN Bang-chun²

(1. Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. University, Shenyang 110004, China)

Abstract: With a view to observe the complexity nonlinear phenomena of a rotor-bearing system with rub-impact, the multi-initial condition bifurcation analysis method was used in the study. And more abundant nonlinear phenomena were found than that of the single initial point integration method by the numerical simulation of the rub-impact rotor-bearing system in definite parameters. It was shown that multiple attractors coexisted in a range of parameters. Meanwhile the solution variation was also studied, which effectively explained the complex nonlinear phenomena of the rotor-bearing systems.

Key words: aerospace propulsion system; rotor-bearing system;
multi-initial condition bifurcation method; chaos; quasiperiod

非线性系统的运动情况比较复杂, 目前在航空、电力等领域的转子系统的研究当中一般采用的都是用单初始点数值算法^[1~3]。文献 [4] 在研究非线性系统问题时提出了多初始点分岔分析方

法, 并用这种方法对 Holmes-Duffing 方程进行了研究。非线性系统在一定参数范围内状态空间存在着多吸引子共存现象, 从不同的初始点出发系统稳态响应会产生不同的运动过程。对非线性系

收稿日期: 2003- 05- 31; 修订日期: 2003- 11- 10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50275024)

作者简介: 李振平 (1975-), 男, 陕西佳县人, 清华大学汽车安全与节能国家重点实验室博士后, 主要从事机械动力学、信号处理及汽车被动安全等研究

统中出现的一些复杂现象如果能从理论上给以解释, 在非线性系统的研究当中非常重要, 可以通过控制避免某些运动现象的发生。

转子与静子的碰摩是旋转机械的常见故障, 在航空发动机事故当中, 碰摩占的比例较大。文献 [5, 6] 利用数值积分法对转子碰摩时的振动特性进行了分析, 但对一些非线性现象还没有从理论上深入分析。本文以碰摩转子系统为研究对象, 用多初始点分叉分析方法对该系统进行研究, 以揭示一些复杂的非线性现象。

1 运动微分方程

所研究模型为一刚性支承的简化 Jeffcott 转子—轴承系统, 如图 1 所示。两端由相同的油膜轴承支承, O_1 为轴瓦几何中心, O_2 为转子几何中心, O_3 为转子质心, k_c 为定子刚度, k 为弹性轴刚度, c_1 为转子圆盘阻尼, c_2 为转子在轴承处结构阻尼。在转盘处的等效集中质量为 m_2 , 转子在轴承处集中质量为 m_1 , 转子与轴承之间为无质量弹性轴。

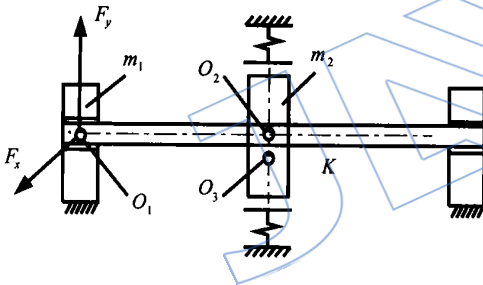


图 1 碰摩转子—轴承系统力学模型

Fig. 1 Model of the rotor-bearing system with rub-impact

1.1 轴承油膜力

在短轴承假设条件下无量纲雷诺方程为^[7]:

$$\left[\frac{R}{L}\right]^2 \frac{\partial}{\partial z} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right] = x \sin \theta -$$

$$y \cos \theta - 2(x \cos \theta + y \sin \theta)$$

由上式可得无量纲油膜压力为:

$$p = \frac{1}{2} \left[\frac{L}{D} \right]^2 \times \frac{(x - 2y) \sin \theta - (y + 2x) \cos \theta}{(1 - x \cos \theta - y \sin \theta)^3} \times (4z^2 - 1)$$

无量纲非线性油膜力最终可以表示为:

$$\begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} = - \frac{[(x - 2y)^2 + (y + 2x)^2]^{1/2}}{1 - x^2 - y^2} \times$$

$$\begin{Bmatrix} 3xV(x, y, \alpha) - \sin \alpha G(x, y, \alpha) - 2 \cos \alpha S(x, y, \alpha) \\ 3yV(x, y, \alpha) + \cos \alpha G(x, y, \alpha) - 2 \sin \alpha S(x, y, \alpha) \end{Bmatrix}$$

式中:

$$V(x, y, \alpha) = \frac{2 + (y \cos \alpha - x \sin \alpha) G(x, y, \alpha)}{1 - x^2 - y^2}$$

$$S(x, y, \alpha) = \frac{x \cos \alpha + y \sin \alpha}{1 - (x \cos \alpha + y \sin \alpha)^2}$$

$$G(x, y, \alpha) = \frac{2}{(1 - x^2 - y^2)^{1/2}} \times$$

$$\left[\frac{\pi}{2} + \arctg \frac{y \cos \alpha - x \sin \alpha}{(1 - x^2 - y^2)^{1/2}} \right]$$

$$\alpha = \arctg \frac{y + 2x}{x - 2y} - \frac{\pi}{2} \operatorname{sign} \left[\frac{y + 2x}{x - 2y} \right] -$$

$$\frac{\pi}{2} \operatorname{sign}(y + 2x)$$

其中: D 为轴承直径, L 为轴承长度。

1.2 碰摩力

为了研究方便, 假定转子与静子部件的碰撞为弹性碰撞, 变形为弹性变形, 碰摩为局部碰摩。在此假设条件下, 转子局部碰摩力模型如图 2 所示。图 2 中 P_N 为径向碰撞力, P_T 为切向摩擦力, φ 为碰摩点的法向与 x 轴的夹角。 ω 为转子转动角速度, e 为转子轴心位移。

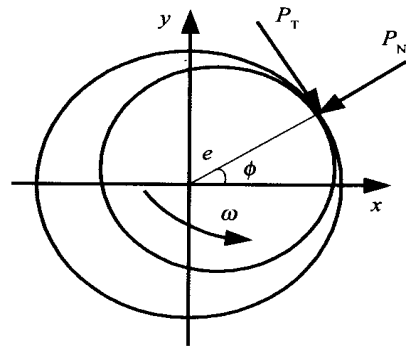


图 2 碰摩转子系统局部碰摩力模型

Fig. 2 Mechanical Model of the rotor system with rub-impact

假定定子径向变形为线性变形, 转子与定子间的摩擦符合库仑摩擦定律, 摩擦系数为 f , 并设静止时转子与定子之间的间隙为 δ_0 。碰撞发生时, 其正向碰摩力 P_N 与切向摩擦力 P_T 分解在 $x-y$ 坐标系可以表示为:

$$\begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \end{Bmatrix} = - \frac{(e - \delta_0) k_c}{e} \begin{bmatrix} 1 & -f \\ f & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}$$

设无量纲位移 $\hat{x} = x/c$, $\hat{y} = y/c$, c 轴承中油膜平均厚度。则碰摩力在 x, y 方向上相对于无量纲位移 $\hat{x}, \hat{y}$ 的表达式为:

$$\begin{cases} \hat{P}_x \\ \hat{P}_y \end{cases} = - \frac{c(e - \delta_0)k_c}{e} \begin{bmatrix} 1 & -f \\ f & 1 \end{bmatrix} \begin{cases} \hat{x} \\ \hat{y} \end{cases} \quad (e \geq \delta_0)$$

及 $P_x = P_y = 0 \quad (e < \delta_0)$

1.3 运动微分方程

设无量纲时间 $\tau = \omega t$, 无量纲位移 $x = X/c$, 是实际位移与 c 之比。转子左端的径向无量纲位移为 x_1, y_1 , 圆盘处的径向无量纲位移为 x_2, y_2 。则转子系统的无量纲运动微分方程可以表示为:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = -\xi_1 \dot{x}_1 - \eta_1(x_1 - x_2) + \frac{\delta p}{am_1 \omega^2} f_x + b \cos \tau \\ \ddot{y}_1 = -\xi_1 \dot{y}_1 - \eta_1(y_1 - y_2) + \frac{\delta p}{am_1 \omega^2} f_y + b \sin \tau - G \\ \ddot{x}_2 = -\xi_2 \dot{x}_2 - \eta_2(x_2 - x_1) + \frac{P_x(x_2, y_2)}{am_2 \omega^2} \\ \ddot{y}_2 = -\xi_2 \dot{y}_2 - \eta_2(y_2 - y_1) + \frac{P_y(x_2, y_2)}{am_2 \omega^2} - G \end{cases}$$

式中: f_x, f_y 为无量纲非线性油膜力, δ 为 Sommerfeld 修正数, $\delta = (\mu \omega R L / P) (R/c)^2 (L/2R)^2$, μ 为润滑油粘度, P 为转子重量的一半, $\xi_1 = c_1/m_1 \omega$, $\eta_1 = k/m_1 \omega^2$, $\xi_2 = c_2/m_2 \omega$, $\eta_2 = 2k/m_2 \omega^2$, $G = g/c \omega^2$ 为无量纲外载荷, 无量纲偏心 $b = b/c$, b 为转子实际偏心量。

2 数值模拟分析

为深入了解转子非线性现象的变化过程, 本研究中用多初始点分析方法对碰摩转子系统响应进行研究, 采用描述非线性现象的分岔图和 Poincare 截面图等方法数值研究激励频率变化对转子系统动特性的影响。

2.1 多初始点的选取

对非线性系统的数值研究中, 单初始点分岔分析方法能够跟踪系统响应的某一解枝, 对多吸引子共存系统的研究有其缺陷性。本文用多初始点分岔分析方法求解去发现转子系统一些新的非线性现象。设 $\{x_1, \dot{x}_1, y_1, \dot{y}_1, \dots, x_n, \dot{x}_n, y_n, \dot{y}_n\}^T$

是系统的 $2n$ 维相空间, 先用单点延拓法沿某一参数区间积分, 求出各参数响应的最大值和最小值, 就得到了系统响应的 $2n$ 维相空间。然后将每维状态变量响应区间 k 等分, 则状态空间分成 k^{2n} 个子空间, 以每个子空间的中心为初始点, 这样就形成了 k^{2n} 个初始相点。本文所研究的是 8 维转子—轴承系统, 将每维二等分共设 256 个初始相点。

2.2 激励频率变化时系统响应研究

取 $b = 0.05 \text{ mm}$, $m_1 = 4.0 \text{ kg}$, $m_2 = 32.1 \text{ kg}$, $R = 25 \text{ mm}$, $L = 12 \text{ mm}$, $c = 0.11 \text{ mm}$, $\mu = 0.018 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\omega = 900 \text{ rad/s}$, $f = 0.1$, $c_1 = 1050 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $c_2 = 2100 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $k_p = 2.5 \times 10^7 \text{ N/m}$, 用单点延拓法得到激励频率 ω 变化时系统的响应区间: $x_1 \in (-1.0, 0.4)$, $y_1 \in (-1.0, 0.9)$, $x_2 \in (-1.1, 0.7)$, $y_2 \in (-1.5, 0.6)$, $\dot{x}_1 \in (-0.5, 0.7)$, $\dot{y}_1 \in (-0.9, 0.2)$, $\dot{x}_2 \in (-0.2, 0.4)$, $\dot{y}_2 \in (-0.9, 0.2)$, 这样由 8 维向量构成转子系统响应的相空间 $\{x_1, \dot{x}_1, y_1, \dot{y}_1, x_2, \dot{x}_2, y_2, \dot{y}_2\}^T$ 。鉴于系统的强非线性特点, 用 Runge-Kutta 法对系统进行数值研究。图 3 是用多初始点分岔分析方法得到的转子系统响应 x_2 随激励频率 ω 变化的分岔图, 表现出丰富的非线性现象。

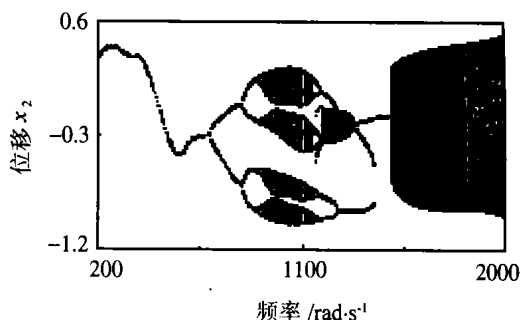


图 3 系统响应 x_1 随 ω 变化的分岔图

Fig. 3 Bifurcation of the system response x_1 with the variation of ω

激励频率在 $(200, 700.25) \text{ rad/s}$ 时系统响应为 p -1 解。随着转速的提高, 在 ω 大于 700.25 rad/s 时系统响应由倍周期分叉演变为周期 2 运动。图 4 是 ω 等于 800 rad/s 时系统响应的 Poincare 截面图和幅值谱图, 其中吸引子图 4 (a) 由两个孤立相点组成, 图 4 (b) 中有 1 倍频和 $1/2$ 倍频, 即此时转子系统处于周期 2 运动状态, 从任意初始点出发系统稳态相应都重合, 该组合参数下系统有一个吸引子。随着 ω 的增加和倍周期分叉的进行, 系统响应依次在 ω 为 849.75 rad/s , 907.25 rad/s , 930.25 rad/s 和 936 rad/s 出现 P

- 4、 P - 8、 P - 16 周期运动和混沌运动。图 5 (a) 和 (b) 分别是 ω 为 1000 rad/s 时碰摩转子系统响应的 Poincare 截面图和幅值谱图, 其中 Poincare 截面吸引子由几个小岛组成, 谱图中有连续谱成分, 系统处于混沌运动状态。由于从任意初始点出发系统稳态响应的 Poincare 截面吸引子形状和幅值相同, 有相同的吸引子, 在该组合参数下系统有一个吸引子。在 ω 大于 1050 rad/s 时系统响应由倒分叉演变为周期运动。激励频率低于 1159.3 rad/s 时, 从任意初始点出发转子系统响应的吸引子都重合, 在相空间有一个吸引子。

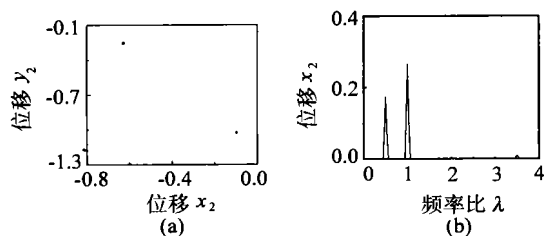


图 4 ω 等于 800 rad/s 时转子系统响应

Fig 4 System response of the rotor-bearing system when ω equal to 800 rad/s

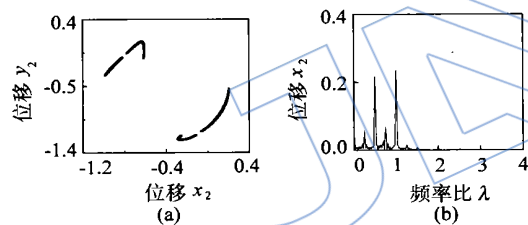


图 5 ω 等于 1000 rad/s 时转子系统的响应

Fig 5 System response of the rotor-bearing system when ω equal to 1000 rad/s

在激励频率 ω 大于 1159.3 rad/s 时相空间出现了多吸引子共存现象。在 ω 为 1160 rad/s 时从 27 个初始点出发系统响应的 Poincare 截面图重合, 如图 6 (a), 是周期 2 吸引子, 从另外 228 个初始点出发系统响应的 Poincare 截面图重合, 是周期 8 吸引子, 如图 6 (b) 所示, 所以在该组合参数下系统存在两个吸引子: 周期 2 吸引子和周期 8 吸引子。为研究方便, 这里把该周期 8 吸引子所在解枝为解枝 1, 上述周/期 2 吸引子所在解枝为解枝 2。在激励频率为 1300 rad/s 时, 从 162 个初始点出发系统响应的吸引子重合, 如图 6 (c), 另外 94 个初始点出发系统稳态响应重合如图 6 (d) 所示, 在上述条件下, 系统相空间有两个吸引子: 拟周期吸引子和周期 2 吸引子。激励频率继续增加时, 解枝 1 经倒分叉最后演变为周

期 2, 稳态解为解枝 1 的初始点数在逐渐减少, 在 ω 为 1430.5 rad/s 时较少为零。多初始点分岔分析方法属于全局分岔分析范畴, 这些初始点均匀分布在相空间, 每一个初始点代表一个子吸引域, 到达各解枝的初始点的多少意味着相应参数下该解枝吸引子吸引域的大小, 所以在 ω 为 1430.5 rad/s 时解枝 1 的吸引域消失。与此同时, 稳态解在解枝 2 上的初始点数在逐渐增加, 吸引域逐渐增大, 解枝 2 经先经倍分叉演变为混沌运动, 然后由倒分叉演变为周期 1 运动, 在 ω 为 (1430.5, 1495) rad/s 时从任意初始点出发系统稳态响应都落在解枝 2 上, 呈 P - 1 运动, 整个相空间都是解枝 2 的吸引域, 即在区间 (1430.5, 1495) rad/s 只有周期 1 吸引子。

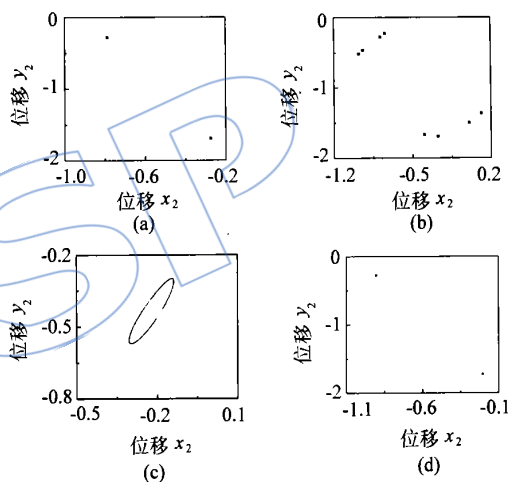


图 6 不同转速下系统响应的 Poincare 截面图

Fig 6 Poincaré sections of the system response at different rotating speed

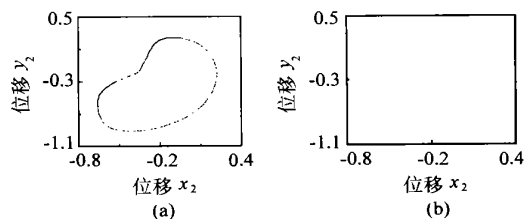


图 7 ω 为 1500 rad/s 时转子系统响应的 Poincare 截面图

Fig 7 Poincaré sections of the system response at ω = 1500 rad/s

激励频率在区间 (1495, 1692.5) rad/s, 系统响应相空间又有多吸引子共存。在 1500 rad/s 时, 从 208 个初始点出发系统稳态响应的 Poincaré 截面图重合, 如图 7 (a) 所示, 是一封闭

曲线, 在该组合参数下系统响应为拟周期, 从另外 48 个初始点出发系统响应的吸引子重合, 如图 7 (b) 所示, 在上述初始条件下系统响应为周期 1。即在激励频率为 1500 rad/s 时相空间有两个吸引子: 周期 1 吸引子和拟周期吸引子。由于周期 1 解所在解枝是解枝 2, 这里把拟周期解所在解枝称为解枝 3。随着激励频率的增加, 稳态响应落在解枝 3 的初始点数在增加, 解枝 2 的初始点在相应减少, 在激励频率在 ω 大于 1692.5 rad/s 时解枝 2 的初始点数变为零, 即其吸引域消失, 在区间 (1692.5, 2000) rad/s 整个相空间是解枝 3 的吸引域, 转子系统在做拟周期运动。

3 碰摩转子系统非线性运动机理

对于一个 n 自由度非线性动力系统, 研究过程中可以看作是在 $2n+1$ 维状态空间中进行分析研究, 包括 $2n$ 维相空间和 1 维参数空间, 如下 $\{x_1, \dot{x}_1, y_1, \dot{y}_1, \dots, x_n, \dot{x}_n, y_n, \dot{y}_n, \alpha\}^T$, 其中 x_n 和 $\dot{x}_n$ 分别是位移和速度, α 为系统响应的参变量, 在上述研究中的参变量为激励频率 ω

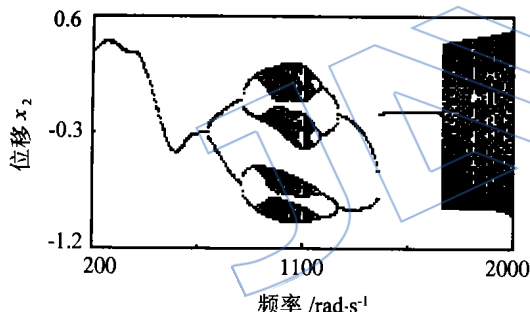


图 8 系统响应随 ω 变化的分岔图

Fig 8 Bifurcation of the system response with the variation of ω

图 8 是用延拓法得到系统响应随激励频率变化的分叉图, 与多点分岔图 3 的比较可发现在区间 (1159.3, 1430.5) 和 (1495, 1692.5) 二者有较大的区别。在区间 (200, 1159.3) rad/s 时碰摩转子系统相空间只有解枝 1 的吸引域, 选取的初始点肯定在解枝 1 的吸引域内, 在延拓法求解时系统稳态响应沿解枝 1 发生非线性变化。在区间 (1159.3, 1430.5) rad/s 时, 系统响应相空间有两个吸引子的吸引域, 解枝 1 和解枝 2 的吸引域。随着参变量 ω 的增加, 解枝 1 的吸引域在减小, 在解枝 2 的吸引域在逐渐增大。在用延拓法求解时其初始点是上次积分的稳态解, 仍在解枝

1 的吸引域中, 此时虽然解枝 1 和解枝 2 的吸引域同时存在, 只要解枝 1 的吸引域不消失, 图 8 中系统响应一直沿着解枝 1 发生非线性演变。在区间 (1430.5, 1495) rad/s 时解枝 1 的吸引域消失, 相空间只有解枝 2 的吸引域。在延拓法求解时初始点虽然在解枝 1 的吸引域中, 但系统稳态响应只沿着解枝 2 发生非线性演变。在区间 (1495, 1692.5) rad/s 又有多吸引子共存现象, 解枝 2 和解枝 3 的吸引域共存, 用延拓法求解时初始点在解枝 2 的吸引域中, 在激励频率增加时转子系统响应相应地沿着解枝 2 发生非线性的演变, 直到工作转速大于 1692.5 rad/s 时解枝 2 的吸引域消失, 系统稳态响应才沿着解枝 3 进行非线性的演变。

4 结 论

在对碰摩转子系统的非线性动力学研究中, 应用多初始点分岔分析方法可对系统做更全面的分析, 发现非线性系统中更多可能的运动, 包括多吸引子共存等非线性现象, 还能对系统相空间中的吸引域的演化规律进行研究。研究还发现, 碰摩转子系统中多吸引子共存时, 系统稳态响应取决于初始点的选取和初始点所在吸引域的存在, 当初始点确定以后, 系统稳态响应会在初始点所在的吸引域发生非线性的演变, 一直到该吸引域消失才会在另一个吸引域进行非线性变化, 这也是一般非线性系统发生跳变、激变等现象的原因。

参考文献

- [1] 丁千, 陈予恕. 转子碰摩运动的非稳态分析 [J]. 航空动力学报, 2000, 15 (2): 191- 195
- [2] Choy F K, Padovan J. Non-Linear Transient Analysis of Rotor-Casing Rub Events [J]. Journal of Sound and Vibration, 1987, 113 (3): 529- 545
- [3] 褚福磊, 张正松, 冯冠平. 碰摩转子的混沌特性 [J]. 清华大学学报, 1996, 36 (6): 52- 57
- [4] 徐培民. 密集频谱校正及非线性系统分岔问题的数值研究 [D]. 沈阳: 东北大学, 2001
- [5] 张宇, 陈予恕. 转子碰摩非线性力学特征分析 [J]. 天津大学学报, 1998, 31 (3): 321- 325
- [6] 袁惠群, 闻邦椿, 王德友. 非线性碰摩力对碰摩转子分叉与混沌行为的影响 [J]. 应用力学学报, 2001, 18 (4): 16 - 20
- [7] Adiletta G, Guido A R, Rossi C. Chaotic Motions of a Rigid Rotor in Short Journal Bearings [J]. Nonlinear Dynamics, 1996, 10 (6): 251- 269